Nedenstående er et eksempel på de afsnit, der bør være i en matematikrapport: Indledning, opgaveanalyse, løsningsmodel, dokumentation, vurdering og matematiske elementer.

Indledning

Vi skal i denne opgave gå ind og hjælpe en forlystelsespark med at anlægge en ny rutschebane. I Danmark har vi i dag to rigtig gamle rutschebaner af den gamle Scenic railway slags, hvor der sidder en mand udstyret med en bremse på hver vogn. Det er trærutschebanen på bakken og 'rutschebanen' i tivoli. Rutschebanen i tivoli er den ældste kørende træ-rutschebane i verden - bygget 1914 og en af Tivolis mest populære forlystelser. Selvom bakken er verdensældste forlystelsespark er dens rutschebane dog først fra 1932. Rutschebanen på bakke er blevet fornyet så mange gange med nyt træ, at den kunne have været opført omkring 10 gange.

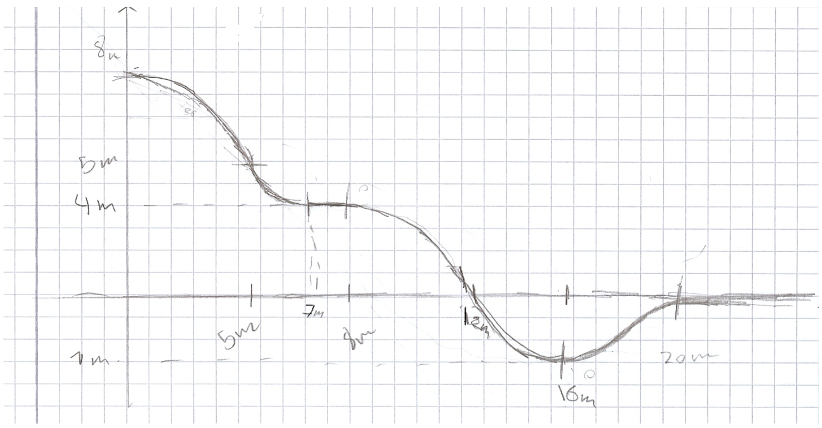
Opgaveanalyse:

Vi havde flere forskellige kriterier, som vi ville have opfyldt på vores bane. Selvfølgelig skulle vi opfylde de krav, som allerede var stillede til os om, at banen ikke måtte have nogle knæk, og ikke være længere end 25 meter. Derudover skal selve banens bredde være 1,8 meter, men dette kommer ikke til at have indflydelse på vores arbejde, da vi blot skal skabe en bane for rutschebanen.

Vi ville gerne have en rutschebane, som foregik i flere trin, så at den gik ned og lidt lige ud og dernæst ned igen. Dette skulle den gøre fordi vi max havde 25 meter som banen måtte være i længde. Hvis vi så ønskede at den skulle gå lidt stejlt ned, havde vi ikke en længde, som gjorde at vi kunne få den til at gå op igen. Vi havde samtidig en ide om, at vores bane lige skulle gå en smule ned under jorden. På den måde, ville vi også kunne have en bane, som fik en lidt større hældning, samt at vi ville have den til at slutte i 0.

Som overordnet set, skulle vores bane være en sjov tur, som også kunne være et realistisk bud på en bane i virkeligheden, sådan at vores bane ikke blev for ekstrem, så den ikke kunne fremstå virkelighedstro.

Ud fra dele af de kriterier, som vi havde sat os for, fik vi dannet en skitse, som vi så kunne arbejde videre ud fra, og danne rammerne for vores funktionsforskrifter.



Løsningsmodel

Opgave 2

Fremgangsmåden er i denne opgave forholdsvis enkelt, indtil man kommer til del opgave d). Vi starter med at tegne vores ruchebane, sådan som vi kunne forestille os den skal se ud med baggrund i de krav, der nu engang er til den. Idet vi så har tegnet den, kan vi sætte nogle mål på. Når målene så er sat, er det bare at dele ruchebanen op i nogle passene stykker. Det vigtigste der er, at vælge nogle funktionstyper vi kender, og så starte man bare fra en ende, med at finde forskriften på dem en efter en. Dette gøres ved at indsætte "kendte" værdier fra vores krav i funktionsforskrifterne og løse ligningerne for de ukendte konstanter.

Opgave d) derimod er lidt mere vanskelig, da den går ud på, at man skal finde det sted, hvor hældningen er størst. Det kan dog gøres ved, at laver finde differentialkvotienterne til ens funktioner. Gør man, det vil man kunne se, hvor funktionerne har den største hældning. Når man så ved hvor toppunktet er, kan man gøre det, at sætte den dobbelt differentierede lig med 0, isolere man så x, vil det være det punkt, hvor ruchebanes hældning er størst.

Dokumentation

Starthældning

Vi starter med at finde hældningen på toppen af bakken, altså den hældning vores bane skal starte med som vi ved har en vinkel på 26°. Det tal vil vi finde i hældnings tal:

$$\tan(-26) = \frac{\textit{hældningskofitienten}}{1} \Updownarrow$$

$$\tan(-26 * 1) = \textit{hældningskoffitienten} \Updownarrow$$

$$-0.487733 = \textit{hældningskoffienten}$$

Stykke 1

Vi ved at det første stykke af vores rutschebane er en andengradsligning, og vi ved at den starter i en højde af 8m og slutter med højden 5 efter 5meter. Derudover kender vi også hældningen når x=0

Vi løser derfor ligningssystemet for følgende ligninger:

$$-\tan 26 = 2 \cdot a \cdot 0 + b + 0 \text{ } og$$

$$8 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \text{ } og$$

$$5 = a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c$$

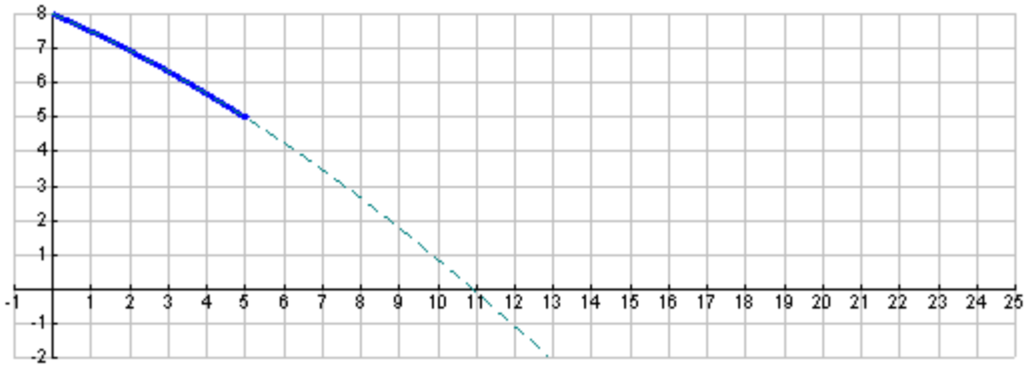
Det giver

$$\text{solve}\left(-0.487738 = 2 \cdot a \cdot 0 + b + 0 \text{ and } 8 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \text{ and } 5 = a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c, a\right)$$

$$a = \frac{-(c - 7.43869)}{25} \text{ and } b = -.487738 \text{ and } c = 8$$

Vi ender derfor med en funktion der hedder

$$f(x) = -\left(\frac{8 - 7.43869}{25}\right) \cdot x^2 + -0.487738 \cdot x + 8$$

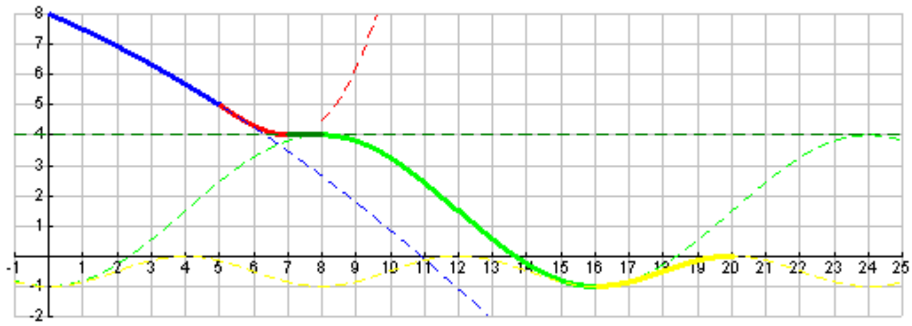


osv.

Vurdering

I besvarelsen har vi fået opfyldt de krav, som vi havde til vores rutschebane. Det var godt, at starte med, at opstille vores egen skitse af vores bane. Dette medførte en mindre arbejdsbyrde, da det var fastlagt af vores meget detaljerede skitse, hvordan vores bane skulle gå. Ved at se på skitsen gjorde det, det nemmere for os at opstille grafer, som kunne matche vores opstillede krav til banen.

Sammenligner man skitsen med rutchebanens endelige forløb som vist på figuren



er der god overensstemmelse. Rutschebanen her kan være et reelt bud på en rutschebane, som både kunne indeholde det morsomme element, og som kunne give gæsterne en vis adrenalin i kroppen når man prøver den.

Vi fik set, hvordan man kan bruge vores lærte teori omkring differentialregning i den virkelig verden, og hvor væsentlig sådanne beregninger, kan være i forhold til et byggeri.

Matematiske elementer

Differentialregning

I dette projekt skulle vi bruge differentialregning, for at kunne beregne vores forskrifter.

Ved differentialregning er der forskellige grundbegreber, som er vigtige at huske på. Vi taler således om en **differenskvotient**, som er en sekanthældning. Denne bruges til at finde $\frac{\Delta y}{h}$. Dette bruges så videre i vores **differentialkvotient** $f'(x)$, som er vores tangenthældning, og således også væksthastigheden for funktionen *f* i x_0. Tangenthældningen findes ved at finde grænseværdien for sekanthældningen, når $h \to 0$

En funktion f, kan så kaldes **differentiabel**, hvis den er differentiabel i ethvert punkt op definitionsmængden Dm(*f*).

Ved differentialregning er der visse regler, for en funktion f, og dens differentialkvotient. Nogle af disse regler følger nedenunder:

f(x)	ax+b	k	ax^2	$\sqrt{x}$	$\frac{1}{x}$
f '(x)	a	0	2ax_0	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{-1}{x_0^{\ 2}}$

Følges ovenstående regler, er det muligt for os, at kunne udregne lettere differentialkvotienter selv uden brug af hjælpemidler.

Der gælder også en række regneregler for sum, differens, multiplikation og division af funktioner:

1. $(f+g)'(x)=f'(x)+g'(x)$
2. $(f-g)'(x)=f'(x)-g'(x)$
3. $(k\cdot f)'(x)=k\cdot f'(x)$
4. $(f\cdot g)'(x)=f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x)$
5. $\left(\frac{f}{g}\right)'(x)=\frac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{g(x)^2}$
6. $f(x)=ax^n, n\in Z \Rightarrow f'(x)=a\cdot n\cdot x^{n-1}$

Her skal vises regel nummer 4:

Hvis vi lader f og g være differentiable i x_0. Da vil funktionen f +g være differentiable i x_0, med differentialkvotienten $(f+g)'(x_0)=f'(x_0)+g'(x_0)$

Vi ved at f og g er differentiable:

$f'(x_0)= \lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$

g'(x_0)=$\lim_{h\to 0}\frac{g(x_0+h)-g(x_0)}{h}$

For at vi kan finde differentialkvotienten opskriver vi differenskvotienten for f+g.

$$\frac{\Delta y}{h}=\frac{(f+g)(x_0+h)-(f+g)(x_0)}{h}=\frac{f(x_0+h)+g(x_0+h)-(f(x_0)+g(x_0))}{h}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{\Delta y}{h}=\frac{f(x_0+h)-f(x_0)+g(x_0+h)-g(x_0)}{h}$$

Når vi har differenskvotienten, som står ovenover, kan vi splitte denne brøk op i to dele.

$$\frac{\Delta y}{h}=\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}+\frac{g(x_0+h)-g(x_0)}{h}$$

Nu vil vi finde differentialkvotienten, og til det husker vi på, at (f +g)'(x_0)=$\lim_{h\to 0}\frac{\Delta y}{h}$

Da vil vores differenskvotient få denne værdi

$$\lim_{h\to 0}\left(\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}+\frac{g(x_0+h)-g(x_0)}{h}\right)=f'(x_0)+g'(x_0)$$

Hvor vi ser, at:

$$\lim_{h\to 0}\frac{g(x_0+h)-g(x_0)}{h}=g'(x_0)$$

Og at

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=f'(x_0)$$

Der husker vi, at dette gælder ifølge definitionen på differentiabilitet, og som vi tidligere havde beskrevet. Hermed er det ønskede bevist.